Φ.Κ. 6/7/2017

Επαναληπτικές εξετάσεις

ΘΕΜΑ Α

A1. α

A2. δ

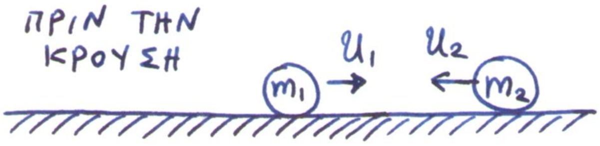
A3. γ

A4. β

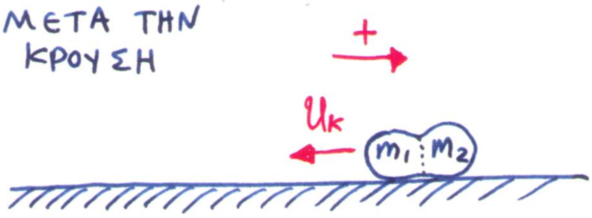
A5. α. Σ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ



ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ



A.Δ.Ο. $\vec{p}_{ολ}^{\,(πριν)} = \vec{p}_{ολ}^{\,(μετα)}$

$\Rightarrow m_1|\upsilon_1| - m_2|\upsilon_2| = (m_1+m_2)\cdot\upsilon_K$

$\Rightarrow \cancel{m}\cdot|\upsilon_1| - 4\cancel{m}\cdot|\upsilon_2| = 5\cancel{m}\cdot\upsilon_K$

$\Rightarrow |\upsilon_1| - 4|\upsilon_2| = 5\cdot\upsilon_K$ (1)

Ισχύει ότι: $K_1 = K_2$

$\Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}m_1\cdot\upsilon_1^2 = \frac{1}{\cancel{2}}m_2\cdot\upsilon_2^2$

$\Rightarrow \cancel{m}\cdot\upsilon_1^2 = 4\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_2^2$

$\Rightarrow \upsilon_1^2 = 4\cdot\upsilon_2$

$\Rightarrow |\upsilon_1| = 2\cdot|\upsilon_2|$ (2)

(1) $\overset{(2)}{\Rightarrow}$ $2\cdot|\upsilon_2| - 4\cdot|\upsilon_2| = 5\cdot\upsilon_K$

$\Rightarrow -2\cdot|\upsilon_2| = 5\cdot\upsilon_K$

$\Rightarrow \upsilon_K = -\frac{2}{5}\cdot|\upsilon_2|$ (3) επομένως το συσσωμάτωμα θα κινηθεί προς τα αρνητικά έπειτα από την κρούση.

$$\frac{K^{\text{ολικο}}_{\text{τελ.}}}{K^{\text{ολικο}}_{\text{αρχ.}}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}(m_1+m_2)\cdot u_K^2}{\cancel{\frac{1}{2}}m_1\cdot u_1^2+\cancel{\frac{1}{2}}m_2\cdot u_2^2} = \frac{5\cdot\cancel{m}\cdot u_K^2}{\cancel{m}\cdot u_1^2+4\cdot\cancel{m}\cdot u_2^2} = \frac{5\cdot u_K^2}{u_1^2+4\cdot u_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{K^{\text{ολικο}}_{\text{τελ}}}{K^{\text{ολικο}}_{\text{αρχ}}} \overset{②}{\underset{③}{=}} \frac{5\cdot\left(\frac{2}{5}\cdot|u_2|\right)^2}{(2\cdot|u_2|)^2+4\cdot u_2^2} = \frac{\frac{4}{5}\cdot\cancel{|u_2|^2}}{8\cdot\cancel{u_2^2}} = \frac{4}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{K^{\text{ολικο}}_{\text{τελ}}}{K^{\text{ολικο}}_{\text{αρχ}}} = \frac{1}{10}$$ Σωστό το iii

$\boxed{B2}$ Το νερό εξέρχεται από τις οπές με ταχύτητες u_1 και u_2 και ισχύει ότι:

$$u_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot(H-h_1)} \quad ①$$
$$u_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot(H-h_2)} \quad ②$$

Τα βεληνεκή των ροών από τις δυο οπές θα είναι:

$$x_1 = u_1\cdot t_1 = u_1\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h_1}{g}} \overset{①}{=} \sqrt{2\cancel{g}(H-h_1)}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h_1}{\cancel{g}}} = 2\sqrt{h_1\cdot(H-h_1)}$$

$$x_2 = u_2\cdot t_2 = u_2\sqrt{\frac{2\cdot h_2}{g}} = \sqrt{2\cancel{g}(H-h_2)}\cdot\sqrt{\frac{2h_2}{\cancel{g}}} = 2\sqrt{h_2\cdot(H-h_2)}$$

Όμως ισχύει ότι: $x_1 = x_2$

$$\Rightarrow \cancel{2}\sqrt{h_1\cdot(H-h_1)} = \cancel{2}\sqrt{h_2\cdot(H-h_2)}$$

$$\Rightarrow h_1\cdot(H-h_1) = h_2\cdot(H-h_2)$$

$$\xRightarrow{h_2=3\cdot h_1} \cancel{h_1}\cdot(H-h_1) = 3\cdot\cancel{h_1}(H-3\cdot h_1)$$

$$\Rightarrow H-h_1 = 3H-9\cdot h_1$$

$$\Rightarrow 8\cdot h_1 = 2\cdot H$$

$$\Rightarrow H = 4\cdot h_1$$ Σωστό το (i)

Λάρισα,
Βασίλης Γκάγκας

$\boxed{B3}$ Επειδή $\Sigma\tau_{(\epsilon\xi)} = 0$ αυτό σημαίνει ότι ισχύει η Α.Δ.Σ. για τον αστέρα.

$$L_{αρχ} = L_{τελ}$$

$$\Rightarrow I_{αρχ} \cdot \omega_{αρχ} = I_{τελ} \cdot \omega_{τελ} \quad (1)$$

Ισχύει ότι: $r_{τελ} = \frac{r_{αρχ}}{2}$ επομένως:

$$I_{αρχ} = \frac{1}{2} m \cdot r_{αρχ}^2 \quad (2)$$

$$I_{τελ} = \frac{1}{2} m\, r_{τελ}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{r_{αρχ}^2}{4} \quad (3)$$

$$(1) \xrightarrow[(3)]{(2)} \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} \cdot \cancel{r_{αρχ}^2} \cdot \omega_{αρχ} = \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} \cdot \frac{\cancel{r_{αρχ}^2}}{4} \cdot \omega_{τελ}$$

$$\Longrightarrow \omega_{αρχ} = \frac{\omega_{τελ}}{4} \quad (4)$$

<u>ΤΕΛΙΚΑ</u>:

$$\frac{K_{τελ}}{K_{αρχ}} = \frac{K}{K_0} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} I_{τελ} \cdot \omega_{τελ}^2}{\cancel{\frac{1}{2}} I_{αρχ} \cdot \omega_{αρχ}^2} \overset{(3)}{\underset{(2),(4)}{=}} \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{\cancel{r_{αρχ}^2}}{4} \cdot \cancel{\omega_{τελ}^2}}{\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{m} \cdot \cancel{r_{αρχ}^2} \cdot \frac{\cancel{\omega_{τελ}^2}}{16}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{16}} = \frac{16}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{K}{K_0} = 4 \quad \text{(σωστό το iii)}$$

Λάρισα,
Βασίλης Γκάγκας

ΘΕΜΑ Γ

Γ1

Επειδή $r_1 < r_2$, πρώτα ξεκινά να ταλαντώνεται το σημείο Σ εξ' αιτίας της πηγής $Π_1$.

Το κύμα της πηγής Π1 φτάνει στο σημείο Σ έπειτα απο χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 0{,}35$ sec (αυτό φαίνεται απο το Σχήμα 3).

$$υ_{κυμ} = \frac{r_1}{\Delta t_1} = \frac{1{,}4}{0{,}35} \Rightarrow \boxed{υ_{κυμ.} = 4 \ m/s}$$

Το κύμα της πηγής Π2 φτάνει στο σημείο Σ έπειτα απο χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 0{,}55$ sec (Σχήμα 3).

$$υ_{κυμ} = \frac{r_2}{\Delta t_2} \Rightarrow r_2 = υ_{κυμ} \cdot \Delta t_2 = 4 \cdot 0{,}55 \Rightarrow \boxed{r_2 = 2{,}2 \ m}$$

Γ2

Στο σχήμα 3 παρατηρούμε οτι το σημείο Σ εκτελεί 2 ταλαντώσεις σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}55 - 0{,}35 = 0{,}2$ sec

Επομένως $f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{2}{0{,}2} \Rightarrow \boxed{f = 10 \ Hz}$

Επιπλέον ισχύει οτι: $υ_{κυμ} = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{υ_{κυμ}}{f} = \frac{4}{10}$

$\Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}4 \ m}$

Γ3

$t = \frac{5}{8} = 0{,}625$ sec.

Εκείνη τη χρονική στιγμή το σημείο Σ ταλαντώνεται υπο την επίδραση και των δυο πηγών.

Γενικά: $y = 2A \cdot συν\left(π\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right) \cdot ημ\left[2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)\right]$

Λάρισα, Βασίλης Γκάγκας

$$Y_\Sigma = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \text{συν}\left(\pi \frac{1,4-2,2}{0,4}\right) \cdot \text{ημ}\left[2\pi\left(\frac{0,625}{0,1} - \frac{1,4+2,2}{2 \cdot 0,4}\right)\right]$$

όπου έχω αντικαταστήσει ότι $T = 0,1$ sec.

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 10^{-1} \cdot \cancelto{1}{\text{συν}(-2\pi)} \cdot \text{ημ}\left[2\pi \cdot (6,25 - 4,5)\right]$$

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 0,1 \cdot \text{ημ}(2\pi \cdot 1,75)$$

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 0,1 \cdot \text{ημ}(3,5\pi)$$

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 0,1 \cdot \text{ημ}(2\pi + 1,5\pi)$$

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 0,1 \cdot \text{ημ}\left(2\pi + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow Y_\Sigma = 0,1 \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow \boxed{Y_\Sigma = -0,1 \text{ m}}$$

Γ4 Θέλουμε το σημείο Σ να είναι σημείο απόσβεσης, επομένως:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow 1,4 - 2,2 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2}$$

$$\Rightarrow -0,8 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \quad (1)$$

όπου λ' είναι το νέο μήκος κύματος των εγκάρσιων κυμάτων

Ελάχιστη συχνότητα σημαίνει μέγιστο λ' επειδή η $U_{κυμ}$ στην επιφάνεια του υγρού διατηρείται σταθερή.

Στη σχέση (1) $N \in \mathbb{Z}$

$$(1) \Rightarrow -1,6 = (2N+1) \cdot \lambda'$$

$$\Rightarrow \lambda' = \frac{-1,6}{2N+1}$$

για $N = 0 \Rightarrow \lambda' = \frac{-1,6}{1}$ (απορρ.)

$N = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \lambda' < 0$ (απορρ.)

$N = -1 \Rightarrow \lambda' = \frac{-1,6}{-1} \Rightarrow \lambda' = 1,6$ m

$N = -2 \Rightarrow \lambda' = \frac{-1,6}{-3} \Rightarrow \lambda' = \frac{1,6}{3}$ m

Λάρισα,
Βασίλης Γκάγκας

• Μεταβάλλοντας τις τιμές του N, max λ έχουμε ίσο με

$\lambda' = 1,6\ m \Rightarrow \lambda'(max) = 1,6\ m$

• $\upsilon_{κυμ} = \upsilon'_{κυμ}$

$\Rightarrow 4 = \lambda'_{max} f'_{min}$

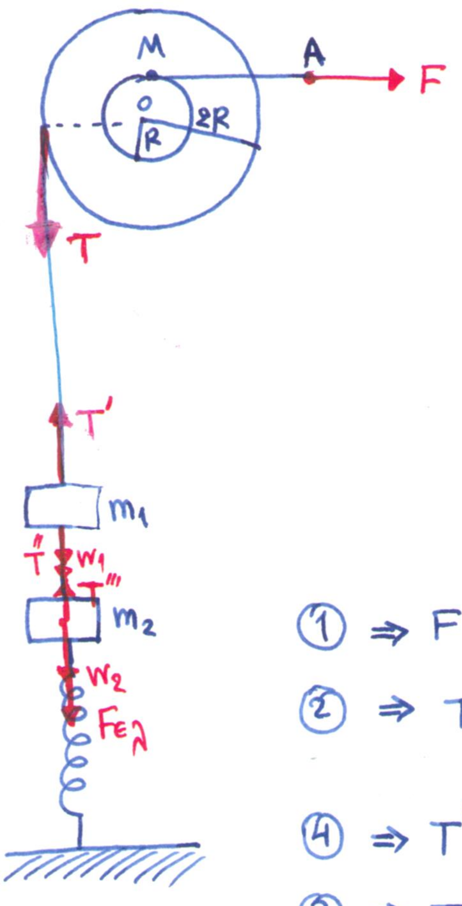
$\Rightarrow 4 = 1,6 \cdot f'_{min}$

$\Rightarrow f'_{min} = \frac{4}{1,6}$

$\Rightarrow \boxed{f'_{min} = 2,5\ Hz}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1



• Το ομογενές στερεό ισορροπεί:

$\Sigma \tau^{(o)} = 0 \Rightarrow F\cdot \cancel{R} = T\cdot 2\cancel{R} \Rightarrow F = 2\cdot T$ (1)

• $T = T'$ (λόγω του 3ου N.Newton) (2)

• $T'' = T'''$ (λόγω του 3ου N.Newton) (3)

• Το σώμα m_1 ισορροπεί:

$\Sigma F_{yy'} = 0 \Rightarrow T' = T'' + W_1 \Rightarrow T' = T'' + m_1 g$ (4)

• Το σώμα m_2 ισορροπεί:

$\Sigma F_{yy'} = 0 \Rightarrow T''' = W_2 + F_{ελ}$

$\Rightarrow T''' = m_2 \cdot g + K\cdot \Delta\ell$ (5)

(1) $\Rightarrow F = 2\cdot T \Rightarrow 100 = 2\cdot T \Rightarrow T = 50$ Newton

(2) $\Rightarrow T' = T \Rightarrow T' = 50$ Newton

(4) $\Rightarrow T' = T'' + m_1 \cdot g \Rightarrow 50 = T'' + 2\cdot 10 \Rightarrow T'' = 30\ N$

(3) $\Rightarrow T'' = T''' \Rightarrow T''' = 30\ N$

(5) $\Rightarrow T''' = m_2 \cdot g + K\cdot \Delta\ell$

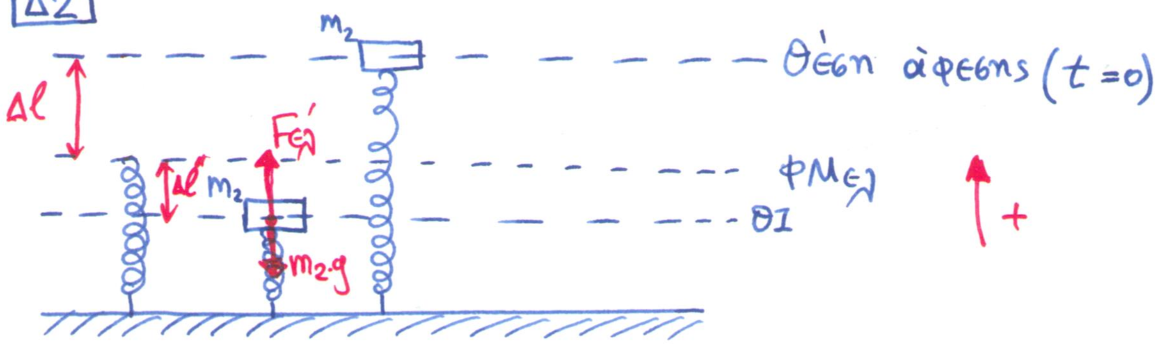
$\Rightarrow 30 = 1\cdot 10 + K\cdot 0,2$

$\Rightarrow 20 = 0,2\cdot K$

$\Rightarrow \boxed{K = 100\ N/m}$

Λάρισα, Βασίλης Γκάγκας

$\boxed{\Delta 2}$



- Στη ΘΙ το m_2 ισορροπεί: $\Sigma F_{yy'} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = m_2 \cdot g \Rightarrow k \cdot \Delta\ell' = m_2 \cdot g$

$$\Rightarrow \Delta\ell' = \frac{m_2 \cdot g}{k} = \frac{1 \cdot 1\cancel{0}}{10\cancel{0}} \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}1 \text{ m}$$

- <u>Α.Δ.Ε.Τ. (για $t=0$)</u>

$$E = K + U \Rightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}} D \cdot A^2 = \cancel{\tfrac{1}{2} m_2 \cdot u^2}^{\,0} + \cancel{\tfrac{1}{2}} D \cdot y^2 \Rightarrow \cancel{D} \cdot A^2 = \cancel{D} \cdot y^2$$

$$\overset{A>0}{\Longrightarrow} \quad A = y \Rightarrow A = \Delta\ell + \Delta\ell' \Rightarrow A = 0{,}2 + 0{,}1$$

$$\Rightarrow A = 0{,}3 \text{ m}$$

- <u>εύρεση αρχικής φάσης</u>

για $t=0$, $y = +A$ (αφού τα θετικά είναι προς τα πάνω).

$$\Rightarrow \cancel{A} \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = \cancel{A}$$

$$\Rightarrow \eta\mu(\varphi_0) = 1$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

<u>εύρεση ω</u>

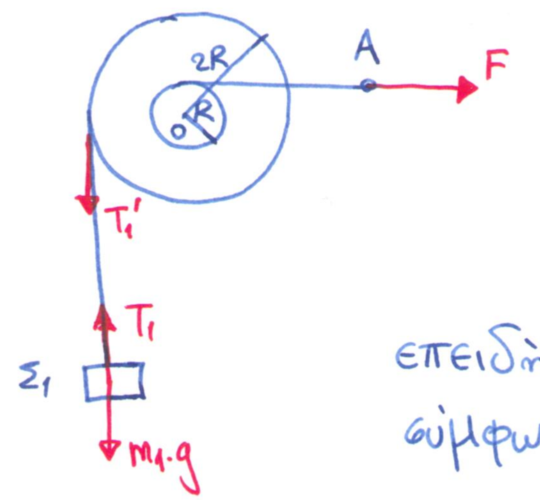
$$- \ \omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{100}{1}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ r/s}$$

<u>ΤΕΛΙΚΑ:</u>

$$\boxed{y = 0{,}3 \cdot \eta\mu\left(10 \cdot t + \pi/2\right) \quad (\text{S.I.})}$$

Λάρισα, Βασίλης Γκάγκας

Δ3



Πρώτα θα βρώ προς ποια φορά θα περιστραφεί το στερεό.

$|\tau_F| = |F\cdot R| = 100\cdot R$

$|\tau_{w_1}| = |W_1\cdot 2R| = |m_1\cdot g\cdot 2R| = 20\cdot R$

επειδή $\tau_F > \tau_{w_1}$ το στερεό θα περιστραφεί σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού.

Επομένως το Σ1 ανέρχεται (με επιτάχυνση a_1)

- Σώμα Σ1 $\Sigma F_{yy'} = m_1\cdot a_1 \Rightarrow T_1 - m_1\cdot g = m_1\cdot a_1 \Rightarrow T_1 - 20 = 2\cdot a_1$
  $\Rightarrow T_1 = 2\cdot a_1 + 20$ (7)
- $T_1 = T_1'$ (3ος N. Newton) (8)
- Στερεό σώμα $\Sigma\tau^{(0)} = I^{(0)}\cdot a_{γων} \Rightarrow F\cdot \cancel{R} - T_1'\cdot 2\cancel{R} = \frac{3}{2}M\cdot R^{\cancel{2}}\cdot a_{γων}$

$\Rightarrow F - T_1'\cdot 2 = \frac{3}{2}MR\,a_{γων} \Rightarrow 100 - 2\cdot T_1' = \frac{3}{2}\,8\cdot R\cdot a_{γων}$

$\Rightarrow 100 - 2\cdot T_1' = 12\cdot R\cdot a_{γων}$ (9)

- Το νήμα είναι μη εκτατό και δε γλιστρά επάνω στο σώμα Σ.

$a_1 = a_{γραμμ(1)} = a_{γων}\cdot 2R \quad \Rightarrow a_{γων}\cdot R = a_1/2$ (10)

(9) $\Rightarrow 100 - 2\cdot T_1' = 12\cdot R\cdot a_{γων}$

$\overset{(8)}{\Rightarrow} 100 - 2\cdot T_1 = 12\cdot R\cdot a_{γων}$

$\overset{(10)}{\Rightarrow} 100 - 2\cdot T_1 = 12\cdot \frac{a_1}{2}$

$\overset{(7)}{\Rightarrow} 100 - 2\cdot(2a_1 + 20) = 6\cdot a_1$

$\Rightarrow 100 - 4\cdot a_1 - 40 = 6\cdot a_1$

$\Rightarrow 6\cancel{0} = 1\cancel{0}\cdot a_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 6\ m/s^2}$

Η κατεύθυνση του a_1 είναι κατακόρυφη προς τα πάνω.

Λάρισα, Βασίλης Γκάγκας

$\boxed{\Delta 4}$ $\frac{dL^{(o)}}{dt} = \Sigma\tau^{(o)}_{(\epsilon\xi)} = I^{(o)} \cdot a_{\gamma\omega\nu}^{(o)} \overset{(10)}{=} \frac{3}{2} M \cdot R^{\cancel{2}} \cdot \frac{a_1}{2 \cdot \cancel{R}} = \frac{3}{2} \cdot 8 \cdot 0{,}1 \cdot \frac{6}{2}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{dL^{(o)}}{dt} = 3{,}6 \ N \cdot m}$

$\boxed{\Delta 5}$ Έπειτα από $N = \frac{20}{\pi}$ περιστροφές το σημείο A θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια δεξιά κατά απόσταση

$\Delta x = N \cdot 2\pi \cdot R = \frac{20}{\cancel{\pi}} \cdot 2 \cdot \cancel{\pi} \cdot 0{,}1 = 40 \cdot 0{,}1 \Rightarrow \Delta x = 4m$

Τελικά : $W_F = F \cdot \Delta x = 100 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{W_F = 400 \text{ Joule}}$

Λάρισα, Βασίλης Γκάγκας